

公模仁撓曲行爲的三維數值模擬結果及其驗證

周雅云¹, 楊文賢¹, and A. J. Giacomini², A. J. Hade²

¹ CoreTech System (Moldex3D) Co., Ltd., ChuPei City, Hsinchu, Taiwan

² Rheology Research Center and Mechanical Engineering Department, University of Wisconsin, Madison Wisconsin, USA 53706

摘要

在一端封閉的細長中空件之射出成型製程上，圍繞公模懸臂樑特徵的熔膠常有流動波前分佈不均的現象，因而造成公模仁撓曲現象。此撓曲行爲不僅使塑件肉厚不均，更會加速不均勻的波前分佈，導致撓曲加劇。因此，此類問題的射出成型製程尤其具挑戰性，特別是較薄的塑件。在本文的研究中，我們發展出一套有效的三維數值模擬系統，可以用來預測公模仁撓曲的行爲。本文引入文獻中稱之爲公模仁撓曲度的一維無因次化項，探討其對公模仁撓曲行爲的影響。爲了驗證模擬結果的正確性，將與 Giacomini 與 Hade 提出的解析解進行比較。

前言

在中空件的射出成型製程上，一端封閉的細長中空件其公模在該特徵上需要製成懸臂樑狀 (cantilevered cores)，因此增加許多製程上的挑戰性。在其射出過程中，圍繞公模懸臂樑特徵的熔膠常有流動波前分佈不均的現象，因此造成公模仁撓曲現象 (core deflection)。公模仁撓曲在細長中空件的射出成型上是普遍存在的問題，特別是在當肉厚較薄時，尤其困難。若是公模仁的撓曲導致公模仁接觸到模壁時，甚至會導致塑件穿孔的現象。因此，模具設計者對於最大公模仁撓曲程度甚感興趣，以期能避免此問題發生。

傳統的 2.5D 薄殼理論分析採用流動幾何的中間面 (mid-plane) 來取代整個實體模型，此技術的發展已十分成熟，用於薄件分析有相當好的正確性與效率性。然而，分析公模仁撓曲這種較複雜的問題，中間面模型顯然不敷使用。在此我們使用了真實三維模型來進行充填階段公模仁周圍塑料的流動行爲與壓力分佈的分析。在本研究中，我們更發展出一套有效的三維數值模擬系統，可以將流動分析結果連結至應力分析計算。除此之外，我們更將模擬結果與數值解析解比較 (Giacomini and Hade, 2005) [1]，藉以驗證模擬的正確性。

研究理論

解析解 [1]:

圖 1 爲一固定截面積的懸臂樑狀公模仁。我們將討論的範圍限制在牛頓流體，並且忽略熔膠的固化程度。此外，我們考慮一個十分不平衡的模穴充填行

爲，亦即熔膠只充填至公模仁的一側。Giacomini 以及 Hade 研究此問題的解析解，並發現公模仁撓曲程度是由一個無因次化的體積流率 Q (volumetric flow rate) 來決定，他們稱之爲公模仁撓曲度 (core deflectability)。無因次化後的公模仁偏移量 Y 以及撓曲度 Q 的關係式如下：

$$\frac{d^5 Y}{dX^5} = \frac{-12Q}{(1+Y)^3} \quad (1)$$

其中：

$$Q \equiv \frac{\mu QL}{EI} \left(\frac{L}{B_0} \right)^4 \quad (2)$$

而其中 μ 爲牛頓流體的黏度， Q 爲體積流率， L 爲公模仁懸臂樑特徵的長度， EI 是公模仁的剛性，最後 B_0 是模壁與公模仁底部之間的距離。

無因次化後的公模仁偏移量計算式如下：

$$Y \equiv \frac{y}{B_0} \quad (3)$$

其中 y 是公模仁偏移量。沿公模仁方向的無因次化軸向位置 X 表示爲：

$$X \equiv \frac{x}{L} \quad (4)$$

三維數值模型：

在本研究中，熔膠在充填階段的流動壓力是由以下的數學方程式計算得到。用來描述暫態、非恆溫的三維流動行為的統御方程式為：

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} - \boldsymbol{\sigma}) = \rho \mathbf{g} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = -p \mathbf{I} + \eta (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (7)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (\mathbf{k} \nabla T) + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (8)$$

其中 \mathbf{u} 為速度向量， T 為溫度， t 為時間， p 為壓力， $\boldsymbol{\sigma}$ 為總應力張量， ρ 為流體密度， η 為黏度， \mathbf{k} 為熱傳導係數， C_p 為比熱，最後， $\dot{\gamma}$ 是應變率張量的強度。

熔膠在充填階段的壓力 p 是由算式 (7) 得到。然而，此壓力會產生一淨側向力於公模仁表面。因此，公模仁撓曲行為可由達到下式中的力平衡計算得到：

$$\nabla \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{F} = 0 \quad (9)$$

其中 $\boldsymbol{\sigma}$ 為應力， \mathbf{F} 是熔膠壓力產生的體作用力。

本研究採用有限體積法 (The finite volume method) 來求解各流場與應力相關之統御方程式，以解析真實三維的暫態流體行為。數值核心在文獻 [2,3] 已經被驗證可以成功的應用在射出成型製程上的模擬。許多實驗結果也驗證了此數值核心技術在可靠性與效率上的表現。

結果與討論

為了驗證本研究中公模仁撓曲的模擬結果之正確性，模擬結果將與 Giacomini 與 Hade 提出的解析解進行比較。由於該解析解的提出使用了一些假設，我們也針對三維模擬做了一些相對應的簡化。首先在充填階段沿厚度方向的壓力分佈設為對稱。然後我們將解析問題的範圍限制在不隨溫度變化的牛頓流體上。又因為在解析解中假設熔膠只充填至公模仁的一側，在模擬條件中，我們只考慮當熔膠充填至細長公模仁下方時熔膠施於公模仁上的壓力負載，並將此時的壓力負載作為接續下來的應力分析之初始條件。另外在解析解中不考慮熔膠固化程度的影響，我們的模擬計算只輸出充填階段的壓力結果至後續的應力分析中。然而，我們的模擬計算仍然與解析解的假設有一些相異的地方，可能造成計算的誤差。在模擬計算中，算式 (8) 考慮了高溫的熔膠與低溫的模壁 (包括公模仁) 之間的熱傳導，這部份解析解則是相對簡化為等溫的問題。最後，

算式 (8) 包含了黏滯加熱項，這在解析解中則是被忽略的。

圖 1 為求解幾何模型的示意圖，由於解析解為無因次化，我們建立了一個相對應的三維模型，模型尺寸標示於圖 2 (a) 與 (b)。表 1 列出了模擬計算所使用的公模仁材料以及其彈性模數和慣性矩，與其他成型條件。我們使用表 1 的條件作為充填分析與公模仁撓曲分析的計算參數，並更改充填時間以得到不同的體積流率。當熔膠自模穴流入，充填至細長公模仁的下方直至公模仁的尾端時，熔膠施加於公模仁上的壓力將會輸出至後續的應力分析軟體，作為應力分析的邊界條件 (如圖 3(a) 所示)。

在此我們考慮兩種最常見的懸臂樑狀公模仁的情況。情況 1 是固定一端的公模仁，靠近公模仁頂端進膠。情況 2 同樣是固定一端的公模仁，但是進膠口靠近公模仁的底部。由於情況 1 和情況 2 的模型幾何是對稱的，我們可以在未變形之前，施加相同的壓力負載在公模仁上，僅改變其固定端的位置。如此的假設將可近似於解析解的條件。兩種在應力分析固定公模仁一端的限制如圖 4 所示，分別表示情況 1 與情況 2。經過應力分析之後，在不同體積流率之下所造成的最大公模仁偏移量將可計算得到。

針對情況 2 自公模仁底部進膠，求解算式 (1)，在線性變化區域的關係為：

$$Y \equiv \frac{11}{10} Q \quad (10)$$

情況 1 自公模仁頂端進膠則為：

$$Y \equiv \frac{2}{5} Q \quad (11)$$

表 2 列出不同體積流率之下的最大公模仁偏移量模擬結果。與解析解的比較如圖 5 所示，兩者在線性變化區域十分吻合 (解析解由算式 (10) 與 (11) 得到)，其中 $Q \leq 0.1$ 。然而，模擬結果無法正確捕捉更高的 Q 值之非線性變化區域之變形行為。這是因為在我們的模擬計算中，公模仁變形對熔膠壓力變化的影響並沒有考慮進來的緣故。

然而，在我們的三維模擬計算中，我們可以算出充填階段在不同時間之下的公模仁撓曲情形以及其應力分佈。我們更可以真實考慮不均勻的流動波前包圍住公模仁對變形結果的影響。讓我們以情況 2 自公模仁底部進膠為例，流率取 Run 3 ($Q = 0.01$) 的條件。圖 6 (a) 與 (b) 顯示在充填階段不同時間的波前位置與壓力分佈情形。之後將這些

不同時間施加於公模仁上的壓力負載輸出至應力軟體進行應力分析。圖 6 (c) 和 (d) 為所得到的 Von Mises stress 分佈以及公模仁變形後的形狀。從以上的結果。我們可以發現公模仁周圍不均勻的流動波前對翹曲行為有很大的影響。隨著流進模穴的塑料逐漸增加，公模仁的應力與偏移量逐漸變大。然而，當熔膠開始流進公模仁的另一側，最大應力與偏移量會開始減少，這是因為流體壓力施加在公模仁另一側開始出現的緣故。

結論

在本研究中，我們發展出一套有效的三維數值模擬系統，可以成功進行熔膠圍住懸臂樑狀公模仁的流動行為模擬。另外，在文獻中解析解的推導 (Giacomin and Hade, 2005) 發現稱之為公模仁撓曲度的一維無因次化項主導了公模仁翹曲行為，本研究的模擬結果與其驗證後得到良好的一致性，在較低的體積充填流率之下，公模仁偏移量與撓曲度呈線性變化，模擬結果尤其正確。

誌謝

我們要特別感謝中原大學的陳夏宗教授與清華大學的張榮語教授邀請 Prof. Giacomin 來台演講，促成了這次的合作關係。

參考文獻

1. A.J. Giacomin, and A.J. Hade, "Core Deflection in Injection Molding," 2005 Cross-Strait Academic Workshop on Advanced Technology of Materials Forming and Die/Mold (AWATMFDM'05), China Association of Machinery Manufacturing Technology, and Chinese Mechanical Engineering Society, Xi'an, CHINA (August 12-15, 2005); Proceedings, *Advanced Forming Technology*, Xi'an Jiaotong University Press, pp. 461-468 (Xi'an, 2005).
2. R.Y. Chang and W.H. Yang, "Numerical Simulation of Mold Filling in Injection Molding Using a Three-Dimensional Finite Volume Approach. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 2001, 37, 125-148.
3. R.Y. Chang and W.H. Yang, "A Novel Three-Dimensional Analysis of Polymer Injection Molding", ANTEC, Dallas, 2001, 740.
4. T.A. Shepard, M. O'Connell, K. Powell and S. Charwinsky, "Minimizing Coreshift In Injection Moulded Containers", *Plastics Engineering*, 1996, 52(2), 27-29.

表 1 – 模擬計算所使用的熔膠，公模仁材料與其他成型條件

Molding Conditions	
Polymer	ABS STYLAC VA29
Core Material	Copper
Melt Temperature	225°C
Mold Temperature	60°C
Core Elastic Modulus	1.15×10^{12} dyne/cm ²
Core Moment of Inertia	0.16276 cm ⁴

表 2 – 無因次化後不同體積流率之下所得的無因次化公模仁最大偏移量

Run No.	Dimensionless Flow Rate	Flow Rate	Viscosity (g/cm·s)	Simulation Results: Dimensionless Core Deflection Y	
	Q	$Q(\text{cm}^3/\text{sec})$		Core tip	Core base
1	0.0001	4.53647	69.8947	0.0001032	4.18692E-05
2	0.001	45.3647	69.8947	0.0010359	0.000420935
3	0.01	453.647	69.8947	0.0107747	0.004414579
4	0.1	9.85723	32166.8	0.1484112	0.05686271
5	1	98.5723	32166.8	1.0314953	0.418504673
6	10	985.723	32166.8	10.316636	4.186448598
7	100	9857.23	32166.8	103.36449	46.63738318

圖 1 – 兩種常見的懸臂樑狀公模仁的模型示意圖：(a) 自公模仁底部進膠 (b) 自公模仁頂端進膠

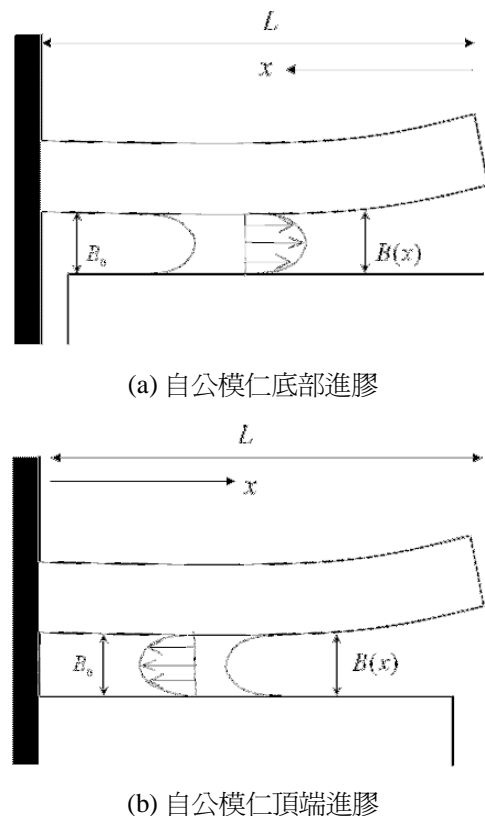
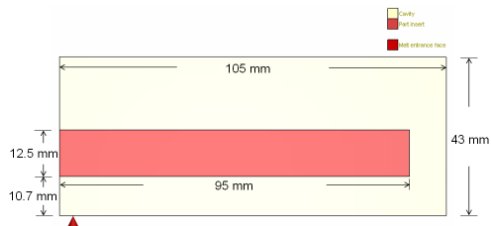
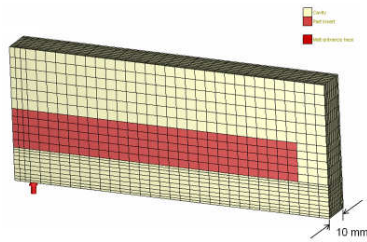


圖 2 – 模擬分析所使用的模型幾何：(a) 模型外型與尺寸 (b) 模型實體網格與厚度

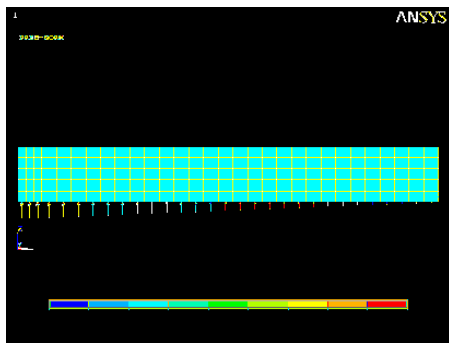


(a) 模型外型與尺寸

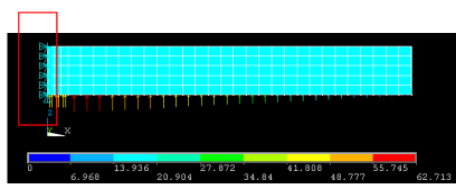


(b) 模型實體網格與厚度

圖 3 – 在應力分析所設定的邊界條件：(a) 初始壓力條件 (b) 固定位移（自公模仁底部進膠）



(a) 初始壓力條件



(b) 固定位移（自公模仁底部進膠）

圖 4 – 情況 1 與情況 2 的固定位移設定

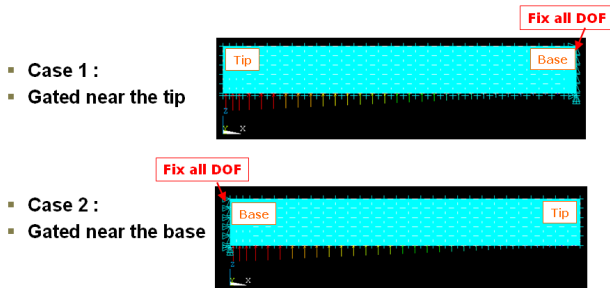


圖 5 – 比較模擬結果與解析解所計算出公模仁偏移量與撓曲度之關係

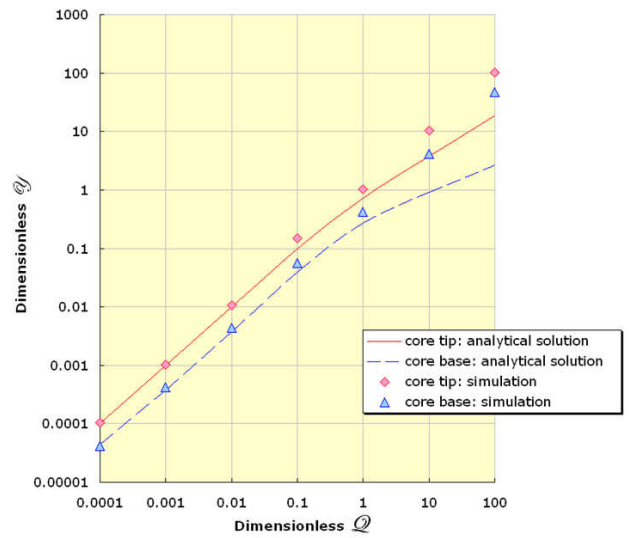
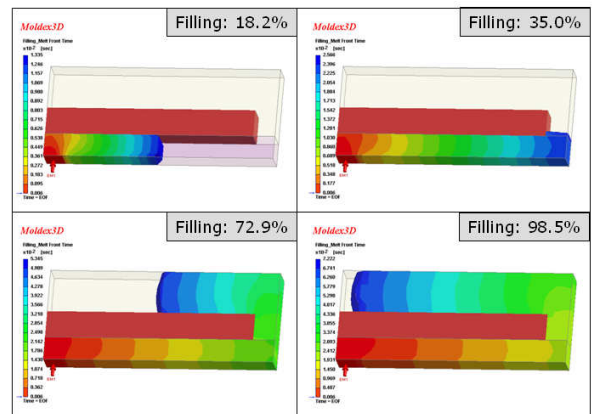
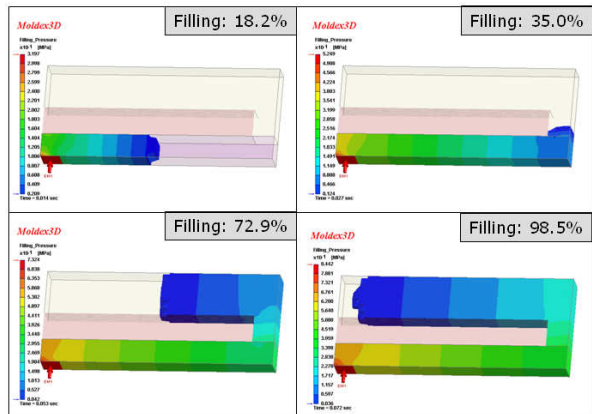


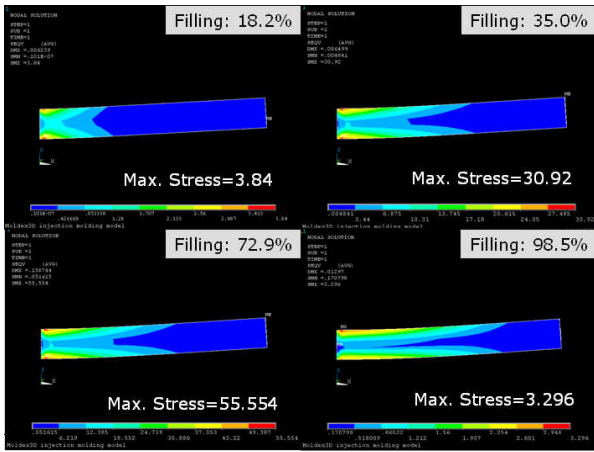
圖 6 – 充填階段的多段時間輸出：(a) 波前變化 (b) 壓力分佈 (c) Von Mises Stress (d) 公模仁變形後之形狀



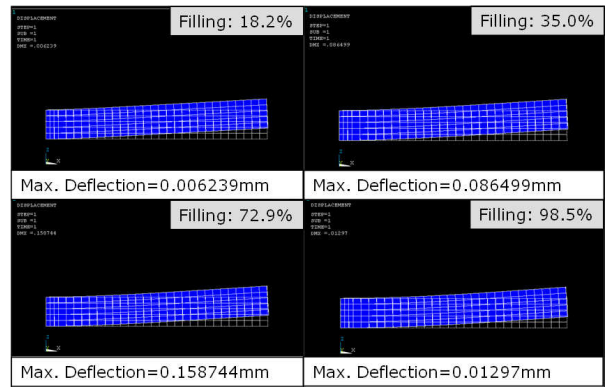
(a) 充填階段的波前變化



(b) 充填階段的壓力分佈



(c) Von Mises Stress



(d) 公模仁變形後之形狀